



Cuarto año Enseñanza Media 2020

Departamento de Matemática

Docente: Juan Fco. Cifuentes

GUIA DE FUNCIONES Y PROCESOS INFINITOS

SEMANA 11- D

Instrucciones

Estimados estudiantes:

La siguiente es una guía complementaria que está confeccionada para dar continuidad a tu proceso de aprendizaje en este periodo de cuarentena. Semanalmente estaremos enviado este tipo de material para que lo leas, analices y resuelvas. Cualquier duda, consulta o comentario, no dudes en escribir a jfrancisco.cifuentes@gmail.com.

APRENDIZAJE ESPERADO: Los estudiantes repasan los contenidos y unidades vistos en cursos anteriores.

Instrucciones:

1. La siguiente es una guía de refuerzo relacionada a Algebra en los Números Reales la cual debes resolver en tu cuaderno
2. Toda duda o consulta se debe informar al mail jfrancisco.cifuentes@gmail.com la cual será respondida a la brevedad
3. Todo avance como evidencia fotográfica debe ser enviado al mail mencionado indicando en el asunto: “ Desarrollo de Guía de aprendizaje en Algebra en los Números Reales”
4. Puedes apoyar tus estudios con el link:

<https://www.youtube.com/watch?v=I1L8F3o93q0>. Productos Notables



Cuarto año Enseñanza Media 2020

Departamento de Matemática

Docente: Juan Fco. Cifuentes

PRODUCTOS NOTABLES

Dentro de la multiplicación algebraica existen algunos productos que pueden ser desarrollados en forma directa, es decir, sin multiplicar término a término primero, y luego reducir. Éstos son:

Cuadrado de un binomio.

El desarrollo de este producto corresponde al cuadrado del primer término, más (o menos) el doble del producto del primer término por el segundo y más el cuadrado del segundo, es decir:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Suma por diferencia.

Es igual a la diferencia de los cuadrados de los términos, es decir:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Producto de binomios con un término común.

Es el cuadrado del término común más el producto del término común por la suma de los términos no comunes y más el producto de los términos no comunes, o sea:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x \cdot (a + b) + ab$$

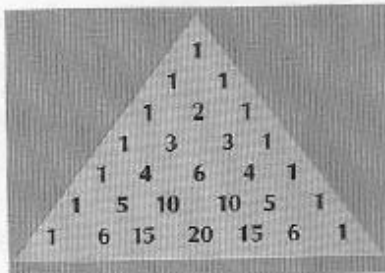


Cubo de un binomio.

Corresponde al cubo del primer término, más (o menos) el triple del cuadrado del primer término multiplicado por el segundo, más el triple del primer término multiplicado por el cuadrado del segundo y más (o menos) el cubo del segundo. Así:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Para obtener otras potencias de un binomio podemos determinar los coeficientes mediante el TRIÁNGULO DE PASCAL, que se obtiene de la siguiente manera:



- Comienza y termina con 1.
- Cada coeficiente se obtiene sumando los dos correspondientes según el orden en la fila anterior.
- La primera fila corresponde a los coeficientes de $(a + b)^0$
- La segunda fila corresponde a los coeficientes de $(a + b)^1$
- La tercera fila corresponde a los coeficientes de $(a + b)^2$

Así, la fila n-ésima nos entrega los coeficientes de $(a + b)^{n-1}$.

Los factores literales se obtienen de la siguiente manera:

En $(a + b)^n$ debe haber $(n + 1)$ términos.

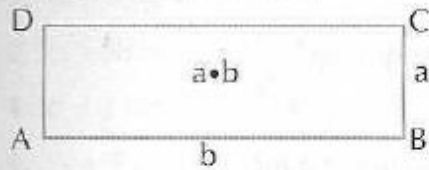
El primer factor literal es a^n ; el segundo es $a^{n-1} \cdot b^1$; el tercero es $a^{n-2} \cdot b^2$ y así sucesivamente. El grado del término "a" decrece a medida que el grado de "b" aumenta hasta terminar en b^n .

(Cada término se forma con el coeficiente numérico obtenido del triángulo de Pascal y el factor literal señalado más arriba).

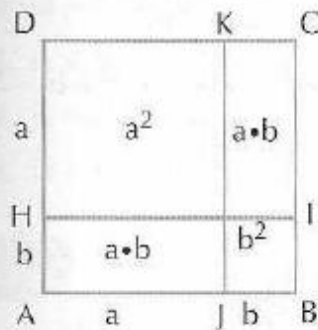


Representación geométrica de expresiones algebraicas.

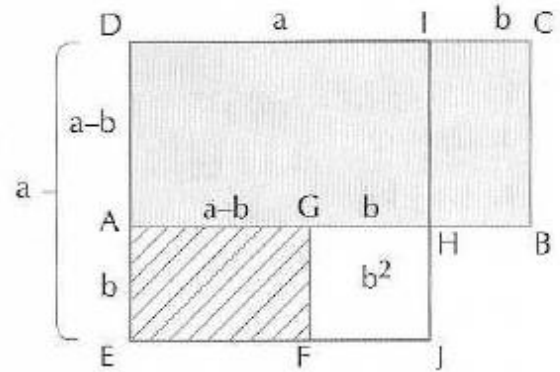
a) La expresión $a \cdot b$ representa el área del rectángulo de lados a y b .



b) Observemos el cuadrado del binomio $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



c) Observemos el producto de una suma por su diferencia:



$$A_{(ABCD)} = (a+b)(a-b)$$

$$\text{Tenemos } A_{(EFGH)} = A_{(HBCI)}$$

$$\therefore A_{(ABCD)} = A_{(EFGHIDA)} \text{ que es } a^2 - b^2$$



EJERCICIOS RESUELTOS

$$\begin{aligned} 1. (2+x)^2 &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 \\ &= 4 + 4x + x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (3a-5b)^2 &= (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b + (5b)^2 \\ &= 9a^2 - 30ab + 25b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. (2x-y)(2x+y) &= (2x)^2 - y^2 \\ &= 4x^2 - y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \left(\frac{a}{2} + 5y\right)\left(\frac{a}{2} - 5y\right) &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 - (5y)^2 \\ &= \frac{a^2}{4} - 25y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. (x+8)(x+5) &= x^2 + (5+8)x + 5 \cdot 8 \\ &= x^2 + 13x + 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. (2a+3)(2a-7) &= (2a)^2 + (3-7) \cdot 2a + 3 \cdot -7 \\ &= 4a^2 - 4 \cdot 2a - 21 \\ &= 4a^2 - 8a - 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. (p+2)^3 &= p^3 + 3 \cdot p^2 \cdot 2 + 3 \cdot p \cdot 2^2 + 2^3 \\ &= p^3 + 6p^2 + 3p \cdot 4 + 8 \\ &= p^3 + 6p^2 + 12p + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. (2t-r)^3 &= (2t)^3 - 3(2t)^2 \cdot r + 3(2t) \cdot r^2 - r^3 \\ &= 8t^3 - 3 \cdot 4t^2 \cdot r + 6t \cdot r^2 - r^3 \\ &= 8t^3 - 12t^2r + 6tr^2 - r^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9. (a+b)^4 &= 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4 \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10. (2a+y)^5 &= 1(2a)^5 + 5(2a)^4 \cdot y + 10 \cdot (2a)^3 \cdot y^2 + 10(2a)^2 \cdot y^3 + 5(2a)y^4 + 1 \cdot y^5 \\ &= (2a)^5 + 5 \cdot 16a^4y + 10 \cdot 8a^3y^2 + 10 \cdot 4a^2y^3 + 10ay^4 + y^5 \\ &= 32a^5 + 80a^4y + 80a^3y^2 + 40a^2y^3 + 10ay^4 + y^5 \end{aligned}$$



Cuarto año Enseñanza Media 2020

Departamento de Matemática

Docente: Juan Fco. Cifuentes

EJERCICIOS: DESARROLLE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

Desarrollar y enviar al mail: jfrancisco.cifuentes@gmail.com

NOTA: Para los que no tengan acceso a la página y tengan que ir a buscar el material al liceo, envíen el material desarrollado con la persona que retira, hasta que comencemos con las clases on line.

I. Cuadrado de binomio.

1. $(x + y)^2$
2. $(p - q)^2$
3. $(2p + q)^2$
4. $(3a + b)^2$
5. $(2a - 3b)^2$
6. $(x + 1)^2$
7. $(a - 6)^2$
8. $(x + 9)^2$
9. $(3p - 1)^2$
10. $(x + 5)^2$

II. Suma por diferencia.

1. $(u - v)(u + v)$
2. $(x + 2y)(x - 2y)$
3. $(3a - b)(3a + b)$
4. $(5x^2 - 3y)(5x^2 + 3y)$
5. $(2x - 3xy)(2x + 3xy)$
6. $(6a + 1)(6a - 1)$
7. $(9m^2 - 3n)(9m^2 + 3n)$
8. $(-4a^2b + 5b)(4a^2b + 5b)$
9. $(-6m^2n^3 - 7m)(-6m^2n^3 + 7m)$
10. $(10a^2 - 1)(10a^2 + 1)$



Producto de binomios con término común.

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1. $(a + 2)(a + 3)$ | 10. $(x + 6)(x - 2)$ |
| 2. $(x + 5)(x + 4)$ | 11. $(x - 3)(x - 8)$ |
| 3. $(t + 2)(t - 3)$ | 12. $(x - 13)(x + 2)$ |
| 4. $(a + 5)(a - 9)$ | 13. $(a - 7)(a + 12)$ |
| 5. $(x - 8)(x - 1)$ | 14. $(x^2 + 5)(x^2 + 3)$ |
| 6. $(a - 7)(a - 9)$ | 15. $(a^2 - 3)(a^2 + 4)$ |
| 7. $(x + 2)(x - 12)$ | 16. $(2b + 5)(2b + 9)$ |
| 8. $(x + 3)(x + 8)$ | 17. $(6x - 3)(6x + 5)$ |
| 9. $(x - 4)(x - 6)$ | 18. $(2a + 3b)(2a + 5b)$ |



Cubo de un binomio.

- | | |
|------------------|---------------------|
| 1. $(a + b)^3$ | 10. $(1 - 3y)^3$ |
| 2. $(p - q)^3$ | 11. $(2 + 3t)^3$ |
| 3. $(x + 2)^3$ | 12. $(3a - 2x)^3$ |
| 4. $(a - 3)^3$ | 13. $(5a - 1)^3$ |
| 5. $(t + 4)^3$ | 14. $(3a^2 - 2a)^3$ |
| 6. $(2 - a)^3$ | 15. $(t^2 + t^3)^3$ |
| 7. $(2a - b)^3$ | 16. $(1 + x^4)^3$ |
| 8. $(3a - 5b)^3$ | 17. $(2t - 3a^2)^3$ |
| 9. $(2x + 3y)^3$ | 18. $(u^2 + 5v)^3$ |