



Cuarto año Enseñanza Media 2020

Departamento de Matemática

Docente: Juan Fco. Cifuentes

GUIA F DE FUNCIONES Y PROCESOS INFINITOS

Instrucciones

Estimados estudiantes:

La siguiente es una guía complementaria que está confeccionada para dar continuidad a tu proceso de aprendizaje en este periodo de cuarentena. Semanalmente estaremos enviado este tipo de material para que lo leas, analices y resuelvas. Cualquier duda, consulta o comentario, no dudes en escribir a [jcfuentes@liceojavieracarrera.cl](mailto:jcifuentes@liceojavieracarrera.cl).

APRENDIZAJE ESPERADO: Los estudiantes repasan los contenidos y unidades vistos en cursos anteriores.

Instrucciones:

1. La siguiente es una guía de refuerzo relacionada a Algebra en los Números Reales la cual debes resolver en tu cuaderno
2. Toda duda o consulta se debe informar al mail jcfuentes@liceojavieracarrera.cl la cual será respondida a la brevedad.
3. Todo avance como evidencia fotográfica debe ser enviado al mail mencionado indicando en el asunto: “ Desarrollo de Guía de aprendizaje en Algebra en los Números Reales”
4. Puedes apoyar tus estudios con el link:

<https://www.youtube.com/watch?v=180D4e9BzbA>. DIFERENCIA DE CUADRADOS.



1.6.2 Factor común compuesto

Muchas veces, no todos los términos de una expresión algebraica contienen un factor común, pero haciendo una adecuada agrupación de ellos podemos encontrar factores comunes de cada grupo. Veremos, con ejemplos, cómo procederemos en estos casos.

Ejercicios
resueltos

1. Factoricemos: $ac + ad + bc + bd$

Si observamos, vemos que el primer y el segundo término tienen el factor común "a" y el tercer y el cuarto término tienen "b" como factor común. Asociamos y factorizamos por parte:

$$\begin{aligned} ac + ad + bc + bd &= (ac + ad) + (bc + bd) \\ &= a(c + d) + b(c + d) \end{aligned}$$

Ahora nos queda $(c + d)$ como factor común, por lo tanto, la expresión original queda factorizada como sigue:

$$ac + ad + bc + bd = (c + d)(a + b)$$

2. Factoricemos: $ax + bx + cx - ay - by - cy$

Aquí podemos asociar el primer y el cuarto término, el segundo y el quinto, el tercero y el sexto y nos queda:

$$\begin{aligned} ax + bx + cx - ay - by - cy &= (ax - ay) + (bx - by) + (cx - cy) \\ &= a(x - y) + b(x - y) + c(x - y) \\ &= (a + b + c)(x - y) \end{aligned}$$

3. Factoricemos: $ax + bx + cx + ay + by + cy - az - bz - cz$

Asociemos en el orden natural los tres primeros, los tres siguientes y los tres últimos:

$$\begin{aligned} ax + bx + cx + ay + by + cy - az - bz - cz \\ &= (ax + bx + cx) + (ay + by + cy) - (az + bz + cz) \\ &= x(a + b + c) + y(a + b + c) - z(a + b + c) \\ &= (a + b + c)(x + y - z) \end{aligned}$$

• **Observación:** La forma de asociar no es única, pero la factorización sí lo es.

En el primer ejemplo podríamos haber asociado el primer y el tercer término y el segundo con el cuarto y el resultado habría sido el mismo.



1.6.3 Diferencia de cuadrados

Recordemos que el producto de una suma de dos términos por su diferencia es igual a la diferencia de los cuadrados de ambos términos.

Aplicamos este resultado en las factorizaciones siguientes:

1. Factoricemos $a^2 - b^2$

Observamos que a^2 y b^2 son los cuadrados de a y b , respectivamente.

$$\text{Así: } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

2. Factoricemos $9m^2 - 16p^2$

$9m^2$ es el cuadrado de $3m$ y $16p^2$ es el cuadrado de $4p$.

$$\text{Entonces: } 9m^2 - 16p^2 = (3m + 4p)(3m - 4p)$$

3. Factoricemos $\frac{1}{a^2} - \frac{25}{4b^2}$

Usando el mismo razonamiento anterior vemos que la expresión se

$$\text{factoriza: } \frac{1}{a^2} - \frac{25}{4b^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{5}{2b}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{5}{2b}\right)$$

4. Factoricemos $6a^2 - 24m^4$

En este ejemplo podemos factorizar primero por 6 (factor común monomio).

$$6a^2 - 24m^4 = 6(a^2 - 4m^4)$$

y ahora, el término $(a^2 - 4m^4)$ es exactamente una diferencia de cuadrados y por lo tanto la factorización correspondiente es:

$$\begin{aligned} 6a^2 - 24m^4 &= 6(a^2 - 4m^4) \\ &= 6(a - 2m^2)(a + 2m^2) \end{aligned}$$

- **Observación:** No es importante el orden en que uno presente los factores, puesto que la multiplicación es conmutativa, es decir:

$$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$$

Ejercicios
resueltos



EJERCICIOS: DESARROLLE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

Desarrollar y enviar al mail: jcifuentes@liceojavieracarrera.cl

NOTA: Para los que no tengan acceso a la página y tengan que ir a buscar el material al liceo, envíen el material desarrollado con la persona que retira, hasta que comencemos con las clases on line.

Factorice las siguientes expresiones:

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. $ac + ad + bc + bd$ | 12. $3 + 15z + 4y + 20yz$ |
| 2. $ax - ay + bx - by + cx - cy$ | 13. $a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2$ |
| 3. $pc + qc + pd + qd$ | 14. $3ax^3 - 2bx^3 - 3ay^3 + 2by^3$ |
| 4. $rt + rv - st - sv$ | 15. $1 + b + a + ab$ |
| 5. $2ac - ad + 2bc - bd$ | 16. $a^2x^2y^2 + b^2x^2y^2 - 2a^2 - 2b^2$ |
| 6. $xu - xv - yu + yv$ | 17. $abc - 2abcz - xy + 2xyz$ |
| 7. $2au + 2av - 3bu - 3bv$ | 18. $bd - 3bf + 2cd - 6cf$ |
| 8. $3a^2x + 3a^2y + b^2x + b^2y$ | 19. $xp + 2xq - 2yp - 4yq + 4zp + 8zq$ |
| 9. $2ac - 2ad + 3bc - 3bd$ | 20. $4 + 2c + 2d + 2a + ac + ad + 2b + bc + bd$ |
| 10. $x + y + ax + ay$ | 21. $a^2x^2 + x^2y^2 - x^2b + a^2y^2 + y^4 - y^2b - a^2 - y^2 + b$ |
| 11. $2a - 2b + ax - bx$ | |

Ejercicios

Factorice las siguientes expresiones:

- | | | |
|---------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. $x^2 - y^2$ | 9. $a^2b^2 - c^2d^2$ | 20. $x^{2a} - y^{2b}$ |
| 2. $a^2 - 4b^2$ | 10. $1 - x^{10}$ | 21. $m^{2a}n^{2b} - 1$ |
| 3. $9m^2 - 16n^2$ | 11. $-b^6 + a^4$ | 22. $25n^{16} - 16m^4$ |
| 4. $9a^2 - 25p^2$ | 12. $-1 + a^2$ | 23. $40 - 90a^4$ |
| 5. $x^2 - 0,01y^2$ | 13. $a^5 - a^3$ | 24. $-24m^2 + 54n^{12}$ |
| 6. $100a^2 - 64b^6$ | 14. $8a^4 - 2b^2$ | 25. $m^6n^4p^{12} - a^2b^2c^2$ |
| 7. $m^2n^2 - p^2$ | 15. $p^2q^3 - q$ | 26. $2x^2 - 8y^2z^6$ |
| 8. $m^4n^6 - z^2$ | 16. $49a^2b^4c^6 - 121m^6n^{10}$ | 27. $a^{10} - 100b^{10}$ |
| | 17. $12a^6 - 75b^8$ | 28. $144b^{10} - 121c^6$ |
| | 18. $45m^6 - 80p^8$ | 29. $81c^4 - 9d^4$ |
| | 19. $27x^4 - 48y^2$ | 30. $225 - a^2$ |