Guía Nº6: Intervalos de Números Reales

Nombre: _____________________________ Curso__________ Fecha: ___________

Aprendizaje Esperado Nº2

Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

Objetivo de Guía

Representar conjuntos de números reales utilizando intervalos y realizar operaciones con intervalos

Instrucciones:

1. **La siguiente es una guía de contenido Intervalos de Números Reales**
   - **Se exige escribir cada definición en tu cuaderno**
   - **Debes resolver en tu cuaderno**

2. **Toda duda o consulta se debe informar al mail csalort@liceojavieracarrera.cl mla cual será respondida a la brevedad**

3. **Todo avance como evidencia fotográfica debe ser enviado al mail csalort@liceojavieracarrera.cl, con el asusto " Avance Guía de aprendizaje Nº6: Intervalos de Números Reales "**

4. **Debes apoyar tus estudios con el PPT "Intervalos de Números Reales".**

Cuarto año de Enseñanza media 2020
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Intervalo

Un subconjunto de la recta real se llama intervalo, y contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos.

Geométricamente los intervalos corresponden a segmentos de recta, semirrectas o la misma recta real.

Los intervalos de números correspondientes a segmentos de recta son intervalos finitos, los intervalos correspondientes a semirrectas y a la recta real son intervalos infinitos.

Los intervalos finitos pueden ser cerrados, abiertos o semiabiertos

Representación gráfica de los intervalos

Sean a y b dos números reales tales que $a < b$.

Intervalo cerrado

Es el conjunto de números reales formado por a, b y todos los comprendidos entre ambos.

$$[a, b] = \{x / a \leq x \leq b\}$$

Intervalo abierto

Es el conjunto de los números reales comprendidos entre a y b

$$(a, b) = \{x / a < x < b\}$$

Intervalo semiabierto a izquierda (o semicerrado a derecha)

Es el conjunto de números reales formado por b y los números comprendidos entre a y b

$$(a, b] = \{x / a < x \leq b\}$$

Intervalo semiabierto a derecha (o semicerrado a izquierda)

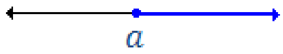
Es el conjunto de números reales formado por a y los números comprendidos entre a y b

$$[a, b) = \{x / a \leq x < b\}$$

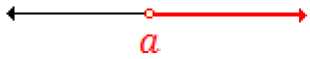
El optimismo es la fe que guía al logro. Nada se puede hacer sin esperanza y confianza (Helen Keller)

Intervalos Finitos

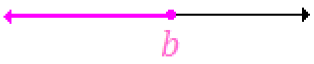
$[a, \infty^{+}) = \{x/x \geq a\}$



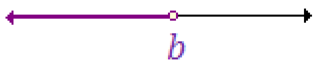
$(a, \infty^{+}) = \{x/x > a\}$



$(\infty^{-}, b] = \{x/x \leq b\}$



$(\infty^{-}, b) = \{x/x > b\}$



$(\infty^{-}, \infty^{+}) = \mathbb{R}$

Tabla resumen de los tipos de intervalos, su notación y grafica

El conjunto de números reales que se encuentra entre otros dos números dados se puede representar mediante intervalos, con $a, b \in \mathbb{R}\ y\ a < b$

Tipo de intervalo	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	a b
Abierto	$]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	a b
Semiabierto	$[a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	a b
	$]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	a b
No acotados o infinitos	$[a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	a
	$]a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	a
	$]-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	b
	$]-\infty, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	b

El optimismo es la fe que guía al logro. Nada se puede hacer sin esperanza y confianza (Helen Keller)

Actividades

1. Encuentra tres números que pertenezcan a cada uno de los intervalos dados.

$$\text{Ejemplo } \left]\sqrt{2}, \sqrt{3}\right[\Rightarrow 1{,}415; 1{,}563; 1{,}7298$$

   a. $]0{,}1[$
   b. $]\pi, 4]$
   c. $\left]1{,}41; \sqrt{2}\right[$
   d. $]0; 0{,}1[$

2. Expresa como intervalo y representa gráficamente los siguientes conjuntos

   Ejemplo

Conjunto	*Intervalo*	*Grafica*
$\{x \in \mathbb{R} / -\sqrt{3} < x\}$	$\left]-\sqrt{3}, \infty^{+}\right[$	

   a. $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{5} < x \leq 1{,}33\right\}$
   b. $\{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 0{,}5\}$
   c. $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -3\}$
   d. $\{x \in \mathbb{R} / -12 \leq x \leq 5{,}8\}$
   e. $\left\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{4}{5}\right\}$

3. Considera los siguientes números $0, \pi, \sqrt{2}\ y\ \frac{3}{4}$
   a. Encuentra un intervalo que contenga todos estos números
   b. Encuentra un intervalo que no contenga ninguno de ellos.
   c. Para cada número, encuentra un intervalo cerrado que lo contenga y cuyos extremos sean números enteros consecutivos.

Unión e intersección de Conjuntos

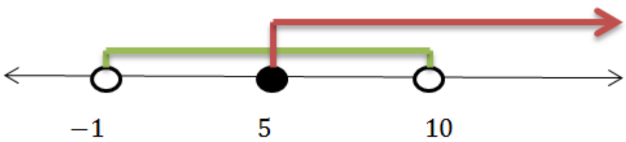
De la misma, manera que pueden realizarse operaciones entre conjuntos, tales como su unión y su intersección, estas operaciones pueden extenderse a los intervalos, ya que por definición, los intervalos son conjuntos de números reales.

Ejemplo 1.

Sean los intervalos $A =]-1{,}10[$ y $B = [-5, \infty^+[$ podemos:

- Determinar la Unión $A \cup B$ considerando tanto los números que están entre $-1\ y\ 10$, ambos no incluidos, como los que son mayores o iguales que 5.

  Dada la representación gráfica de ambos conjuntos



- En la figura anterior, representamos con color verde el conjunto A, y con color rojo el conjunto B. Entonces debemos incluir todos los valores de la recta que quedaron pintados, ya sea con color verde por pertenecer a A, o con color rojo por pertenecer a B.

$$A \cup B =]-1, \infty^+[$$

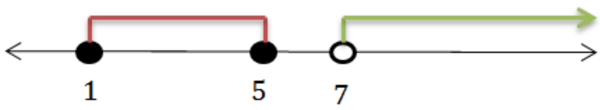
- Por otra parte podemos definir la intersección $A \cap B$, que corresponde a los números que pertenecen a $A\ y\ B$ simultáneamente. En la figura $A \cap B$ son los valores que quedaron coloreados con verde y rojo, es decir:

$$A \cap B = [5, 10[$$

Ejemplo 2

Considera los intervalos $C = [1, 5]$ y $D =]7, \infty^{+}[$
Determina $C \cap D$ y $C \cup D$

- Observa la representación gráfica de los intervalos C y D:



- Para determinar $C \cap D$, debemos observar cuales son los elementos en común en ambos intervalos. Pero en este caso los conjuntos no tienen elementos en común.

$$C \cap D = \emptyset$$

- Para determinar el conjunto $C \cup D$, observamos que no es posible expresar la unión de ellos como un único intervalo, porque no tienen elementos en común. Cuando esto sucede, solo lo representamos

$$C \cup D = [1, 5] \cup]7, \infty^{+}[$$

Atención

Si al intersecar dos intervalos no existen elementos comunes a ambos, entonces el resultado es un conjunto sin elementos, ***llamado conjunto vacío,*** y se representa por el ***símbolo*** $\emptyset$**.**

Toma Nota

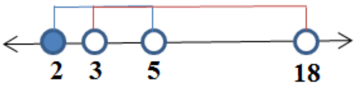
- Si se tienen dos intervalos A y B de números reales:
  - ***La unión*** entre A y B $(A \cup B)$ es otro intervalo que contiene todos los elementos de A y todos los elementos de B
  - ***La intersección*** entre A y B $(A \cap B)$ es otro intervalo que contiene los elementos que están en A y que también están en B. Si A y B no tienen elementos en común, la intersección entre A y B es el conjunto vacío, $\emptyset$

Cuarto año de Enseñanza media 2020
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Actividades

1. Determina las siguientes Uniones e Intersecciones de intervalos. Expresa tu resultado como intervalo y represéntalo gráficamente en la recta real.

Ejemplo: $[2,5[\, \cup \,]3,18[$ Solución: $[2,18[$



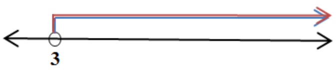
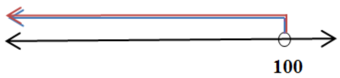
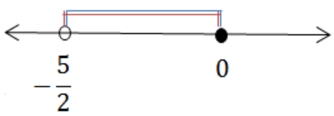
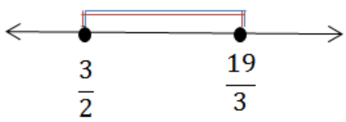
a. $]-5,1] \cap \,]1,7[$

b. $\left[-\frac{7}{4},\frac{5}{3}\right] \cup \,]0,\infty^{+}[$

c. $\left[-\frac{7}{4},\frac{5}{3}\right] \cap \,]0,\infty^{+}[$

d. $[0,1[\, \cap (]-3,1[\, \cap [0,5])$

2. Escribe la unión e intersección de intervalos cuyo conjunto solución este representado en las siguientes figuras.

Ejemplo:  Solución : $]3,10[\, \cup [7,\infty^{+}[$ $]1,\infty^{+}[\, \cap \,]3,\infty^{+}[$	a. 
b.  	c. 

El optimismo es la fe que guía al logro. Nada se puede hacer sin esperanza y confianza (Helen Keller)